

PARTIE CHIMIE

De nombreux facteurs peuvent contribuer à un déséquilibre dangereux pour la vie et la santé des poissons. Il est donc nécessaire de contrôler régulièrement la qualité de l'eau.

Le pH de l'eau est la première grandeur qu'il faut mesurer, au moins une fois par semaine, et ajuster éventuellement. En effet, certains poissons ne peuvent évoluer que dans un milieu acide (c'est le cas des poissons d'Amazonie comme les Néons ou les Tétràs), d'autres dans un milieu basique (c'est le cas des poissons d'Amérique Centrale comme les Platy et les Molly). Aucun de ces poissons ne tolère une trop forte teneur en ions ammonium (NH_4^+) ou en ions nitrite (NO_2^-) : le cycle de l'azote doit donc être surveillé en évitant soigneusement la surpopulation de l'aquarium et l'excès de nourriture.

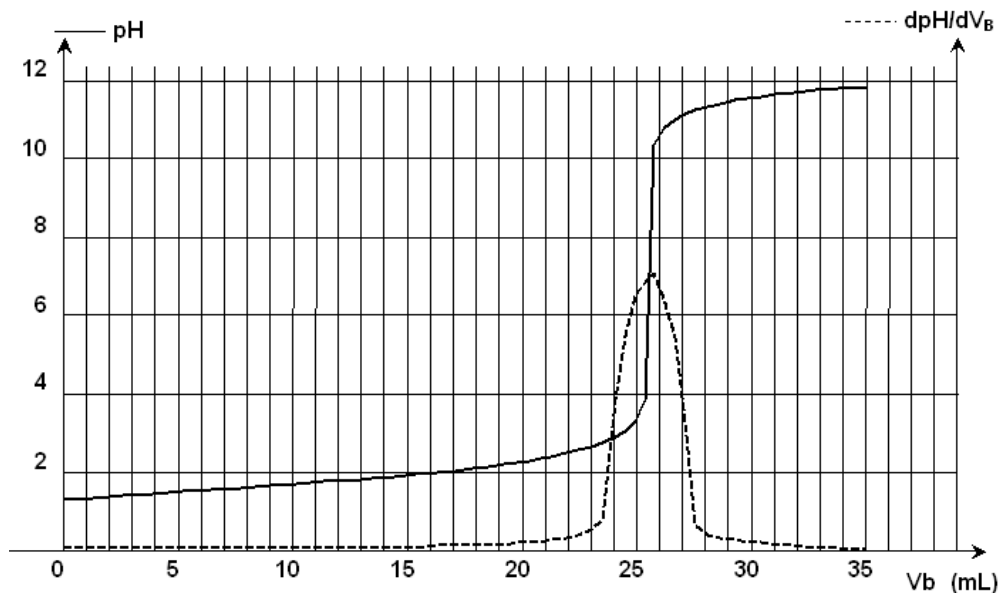
D'après "Poissons et aquariums" - Édition Larousse

I. Étude d'une solution commerciale destinée à diminuer le pH de l'aquarium

Sur l'étiquette du produit on peut lire que la solution commerciale S_0 est constituée d'acide chlorhydrique ($\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} + \text{Cl}^-_{(\text{aq})}$) mais aucune concentration n'est indiquée. La concentration c_0 de la solution commerciale est égale à la concentration en ions H_3O^+ .

On cherche à déterminer cette concentration en faisant un titrage pH-métrique. Pour cela on dilue 50 fois la solution commerciale et on procède au titrage d'un volume $V_A = 20,0 \text{ mL}$ de la solution diluée S_A à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium S_B ($\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$) de concentration molaire en soluté apporté $C_B = 4,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. On obtient la courbe ci-dessous.

On a également fait apparaître la courbe représentant la dérivée du pH en fonction du volume de soude versé.



Titration de la solution commerciale diluée par la soude

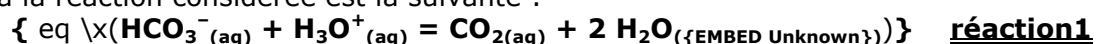
- 1°> Écrire l'équation de la réaction support du titrage et construire le tableau d'avancement de la transformation à l'équivalence.
- 2°> Définir l'équivalence.
- 3°> En déduire la valeur de la concentration des ions oxonium dans la solution diluée S_A .
- 4°> Montrer que dans la solution commerciale, la concentration des ions oxonium $[\text{H}_3\text{O}^+]$ est voisine de $2,5 \text{ mol.L}^{-1}$. *Cette valeur sera utilisée pour la suite de l'exercice.*

On désire diminuer le pH de l'eau de l'aquarium et l'amener à une valeur proche de 6 alors qu'il était initialement égal à 7. Sur le mode d'emploi du fabricant on peut lire qu'il faut verser, en une fois, 20 mL de la solution commerciale dans 100 L d'eau. Pour simplifier le calcul, on considérera que le volume final reste égal à 100 L.

- 5°> Quelle serait la valeur du pH final de l'eau de l'aquarium s'il n'y avait qu'une simple dilution des ions H_3O^+ ?

L'eau étant toujours plus ou moins calcaire, elle contient des ions hydrogénocarbonates $\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}$ dont il faut tenir compte. Les ions H_3O^+ introduits vont, en effet, réagir avec ces ions.

L'équation associée à la réaction considérée est la suivante :



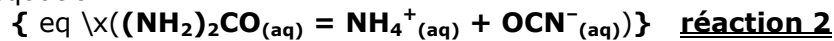
- 6°> Donner l'expression de la constante d'équilibre K_1 associée à l'équation de la réaction en fonction des concentrations des différentes espèces chimiques présentes.
- 7°> Exprimer cette constante d'équilibre en fonction de la constante d'acidité K_A du couple : $\text{CO}_2(\text{aq}), \text{H}_2\text{O} / \text{HCO}_3^- (\text{aq})$. Déterminer sa valeur numérique.
Donnée : $K_A = 10^{-6,4}$

L'eau utilisée pour l'aquarium est très calcaire. Dans cette eau, les concentrations molaires initiales des espèces mises en jeu dans la **réaction 1** sont telles que le quotient de réaction initial de cette réaction vaut : $Q_{r,i} = 5,0$.

- 8°> En utilisant le critère d'évolution spontanée, montrer que des ions H_3O^+ sont consommés si l'eau est calcaire.
- 9°> Le pH final sera-t-il supérieur, égal ou inférieur au pH calculé à la question 5 ?
- 10°> Dans la notice du fabricant on trouve la phrase suivante : "Assurez-vous par des tests réguliers que votre eau est suffisamment calcaire car sinon il pourrait y avoir des risques de chutes acides". Expliquer.

II. Étude de la formation des ions ammonium.

L'urée, de formule $(\text{NH}_2)_2\text{CO}$, est un polluant de l'aquarium. Elle est contenue dans les déjections de certains poissons et conduit, au cours d'une réaction lente, à la formation d'ions ammonium NH_4^+ et d'ions cyanate OCN^- selon l'équation :



L'étude de la cinétique de cette **réaction 2** peut être réalisée par conductimétrie.

Pour cela on prépare un volume $V = 100,0 \text{ mL}$ d'une solution d'urée de concentration molaire en soluté apporté égale à $c = 0,020 \text{ mol.L}^{-1}$ et on suit sa décomposition en la maintenant dans un bain marie à $45 \text{ }^\circ\text{C}$. À différentes dates, on mesure la conductivité de la solution.

La conductivité σ de cette solution peut s'exprimer en fonction des concentrations des espèces ioniques en solution et des conductivités molaires ioniques (les ions H_3O^+ et HO^- sont en très faible quantité et pourront ne pas être pris en compte). On a donc la relation suivante :

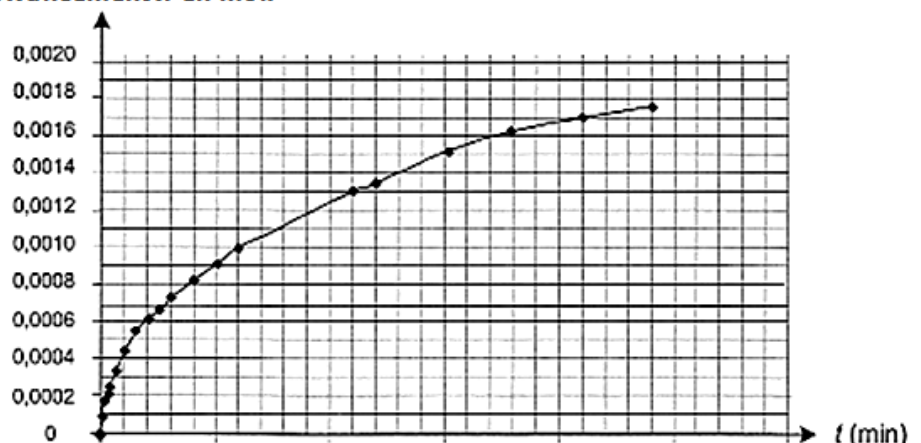
$$\{ \text{eq } \backslash \times (\sigma = \{ \text{EMBED Unknown} \}) \}$$

- 1°> Montrer que la concentration de la solution en ions $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}$ peut être déterminée à partir de la mesure de la conductivité de la solution, les conductivités molaires ioniques étant connues.
- 2°> Compléter littéralement le tableau descriptif de l'évolution du système ci-dessous :

État	Avancement (mol)	$(\text{NH}_2)_2\text{CO}_{(\text{aq})} = \text{NH}_4^+_{(\text{aq})} + \text{OCN}^-_{(\text{aq})}$		
		Quantités de matière (mol)		
		$(\text{NH}_2)_2\text{CO}_{(\text{aq})}$	$\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}$	$\text{OCN}^-_{(\text{aq})}$
État initial	$x = 0$			
État en cours d'évolution	x			
État final en supposant la transformation totale	x_{max}			

- 3°> En déduire la relation, à chaque instant, entre la concentration en ions $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}$ en solution et l'avancement de la réaction.
- 4°> Calculer l'avancement maximal x_{max} .

Avancement x en mol.



On peut ainsi représenter l'évolution de l'avancement de la réaction en fonction du temps :

- 5°> En déduire le taux d'avancement de la réaction à l'instant de date $t = 110 \text{ min}$.

- 6°>** Décrire, en utilisant la courbe précédente, l'évolution de la vitesse de la transformation. **JUSTIFIER.**
- 7°>** En poursuivant l'expérience pendant une durée suffisante, on obtient une concentration finale : $[\text{NH}_4^+]_f = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Déterminer le taux d'avancement final de cette transformation. Cette transformation est-elle totale ?
- 8°>** Définir puis déterminer graphiquement le temps de demi-réaction.
- 9°>** Dans l'aquarium, la valeur de la température est seulement de 27°C. Tracer sur le graphique ci dessous, l'allure de la courbe $x=f(t)$ à cette température.
- 10°>** Les ions ammonium finissent par se transformer en ions nitrate dont l'accumulation risque de compromettre la vie des poissons. Ces derniers ions constituent un aliment essentiel pour les plantes vertes de l'aquarium. Expliquer pourquoi dans les livres d'aquariophilie, on dit que l'aquarium doit être "bien planté".

Aide au calcul :

$$\log 8 \{ \text{EMBED Unknown} \} 0,9 \qquad \log 5 \{ \text{EMBED Unknown} \} 0,7 \qquad 10^{6,4} = 2,5 \times 10^6$$

$$10^{-6,4} \{ \text{EMBED Unknown} \} 4,0 \times 10^{-7}$$

■ PARTIE PHYSIQUE

À l'occasion d'un atelier scientifique, deux élèves de terminale S, Léo et Julie s'intéressent aux chercheurs de trésors. En faisant des investigations sur Internet, ils se lancent avec l'aide de camarades spécialisés en électronique dans le projet de réaliser un détecteur de métaux, appelé « poêle à frire » par les chercheurs de trésors.

Un détecteur de métaux est un appareil capable de détecter la présence ou non de métal à distance. Léo et Julie choisissent une méthode de détection qui s'appuie sur la variation de l'inductance d'une bobine à l'approche d'un métal. En effet, l'inductance augmente si on approche de la bobine un objet en fer alors qu'elle diminue si l'objet est en or.

Le détecteur est équivalent à un oscillateur constitué d'un condensateur et d'une bobine.

Du fait de la variation de l'inductance de la bobine, l'oscillateur voit sa fréquence modifiée. Un montage électronique permet alors de comparer la fréquence de cet oscillateur à une fréquence fixe. La comparaison indique ainsi la présence de métal et sa nature.

L'objectif de cet exercice est d'étudier le principe d'un détecteur de métal.
Les trois parties de l'exercice sont indépendantes.

1. Variation de l'inductance d'une bobine à l'approche d'un métal

Dans le laboratoire du lycée, Léo et Julie ont à leur disposition une bobine plate portant les indications : $L = 20 \text{ mH}$, $r = 5,0 \Omega$. Ils décident de tester le comportement de cette bobine en présence ou non de métaux dans le but de vérifier la variation de l'inductance.

Le montage utilisé, schématisé sur la **figure 1**, est réalisé avec un générateur de tension continue de force électromotrice $E = 5,0 \text{ V}$, un conducteur ohmique de résistance $R = 10 \Omega$ et la bobine d'inductance L et de résistance r .

{ EMBED Visio.Drawing.5 }

Figure 1. Montage permettant l'étude de l'inductance de la bobine

À l'aide d'un système d'acquisition convenablement protégé, ils enregistrent l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique de résistance R en fonction du temps. L'origine des temps est prise à l'instant où l'on ferme l'interrupteur. L'expérience est faite dans un premier temps sans métal à proximité (courbe a) puis avec un morceau de fer à proximité de la bobine (courbe b) ; les enregistrements des courbes (a) et (b) sont représentés sur la **FIGURE 2 DE L'ANNEXE**.

► Étude qualitative des courbes obtenues

- 1°>** Expliquer pourquoi l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique représente celle de l'intensité du courant i dans le circuit.
- 2°>** Repérer sur la courbe (a) de la **FIGURE 2 DE L'ANNEXE** le régime transitoire et le régime permanent. Expliquer qualitativement le phénomène observé pour l'intensité.
- 3°>** Comment évolue l'intensité du courant dans chaque régime ?
- 4°>** Donner l'expression de la tension u_B aux bornes de la bobine. Que devient cette expression quand le régime permanent est atteint ?

► **Exploitation du régime transitoire**

- 5°> Donner l'expression de la constante de temps τ du dipôle étudié. Montrer par une analyse dimensionnelle que τ est homogène à un temps.
- 6°> Déterminer graphiquement, par une méthode au choix, les valeurs des constantes de temps τ_a et τ_b respectivement pour les courbes (a) et (b) de la figure 2.
- 7°> En utilisant l'expression de τ et le résultat de la question précédente, comparer les valeurs L_a et L_b des inductances de la bobine en présence ou non de fer. L'information donnée à propos du fer dans le texte est-elle vérifiée ?

2. **L'oscillateur**

L'oscillateur utilisé dans le détecteur de métaux de Léo et Julie est un montage électronique complexe. Il est équivalent à un oscillateur électrique non amorti constitué par un condensateur et une bobine de résistance nulle, schématisé figure 3. Dans un souci de simplification, le dispositif de charge n'est pas représenté sur la figure 3. Le circuit est orienté comme indiqué sur la **figure 3**.

{ EMBED Visio.Drawing.5 }

Figure 3. L'oscillateur

- 1°> Donner l'expression de la tension u_L en fonction de L et i .
- 2°> Donner l'expression de l'intensité du courant i en fonction de C et u_C .
- 3°> En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle satisfaite par u_C .
- 4°> L'équation différentielle est de la forme : \dots , où T_0 représente la période propre de l'oscillateur. Exprimer T_0 en fonction de L et C .
- 5°> L'enregistrement de la tension u_C en l'absence de métal à proximité de l'oscillateur est donné sur la **FIGURE 4 DE L'ANNEXE**. Déterminer graphiquement la période propre T_0 de l'oscillateur en l'absence de métal.
- 6°> On rappelle qu'en l'absence de métal l'inductance de la bobine vaut 20 mH. En déduire la valeur de la capacité C utilisée dans l'oscillateur.

3. **Recherche de métaux**

- 1°> On rappelle que l'inductance L de l'oscillateur augmente si on approche de la bobine un objet en fer alors qu'elle diminue si l'objet est en or. En absence de métal à proximité, la fréquence propre $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ de l'oscillateur est voisine de 20 kHz. Comment évolue cette fréquence si on approche de la bobine un objet en or ?
- 2°> Léo et Julie sortent du laboratoire et partent sur la plage proche du lycée pour tester leur détecteur en situation réelle associé à un fréquencemètre. Soudain, au cours de leur recherche, ils détectent un signal de fréquence égale à 15 kHz. Ont-ils trouvé de l'or ? Justifier.

Aide aux calculs : $\pi^2 = 10$; $\frac{1}{20000} = 5 \times 10^{-5}$; $\frac{1}{15000} = 6,7 \times 10^{-5}$;
{ EMBED Equation.DSMT4 } $3,2 \times 10^{-2}$; { EMBED Equation.DSMT4 } ;

ANNEXES

{ EMBED Visio.Drawing.5 }

Figure 2. Évolution temporelle de la tension aux bornes du conducteur ohmique
courbe (a) : bobine seule ; courbe (b) : bobine proche d'un morceau de fer

{ EMBED Visio.Drawing.5 }

Figure 4. Évolution temporelle de la tension u_C

DEVOIR N°5 CORRECTION

► CHIMIE

1. Étude d'une solution commerciale destinée à diminuer le pH de l'aquarium

1°> Tableau d'avancement à l'équivalence

	H_3O^+	$+$	$\text{HO}^-_{(\text{aq})}$	$=$	$2 \text{H}_2\text{O}_{(l)}$
ETAT INITIAL	n_A		n_B		---
ETAT EN COURS DE TRANSFORMATION	$n_A - x$		$n_B - x$		---
ETAT FINAL	$n_A - x_m$		$n_B - x_m$		---

2°> À l'équivalence les réactifs titré et titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques, ils sont donc entièrement consommés à l'état final de l'équivalence et il y a un changement de réactif limitant.

3°> À l'état final de l'équivalence :

$$\{ \text{eq } \backslash b \backslash c \{ \{ \backslash s (n_A - x_m = 0 ; n_B - x_m = 0) \} \} \Rightarrow n_A = n_B$$

Soit c_A la concentration en ions oxonium de la solution diluée S_A

$$c_A \cdot V_A = c_B \cdot V_{BE}$$

$$c_A = \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \}$$

V_{BE} correspond à l'abscisse du maximum de la courbe $\{ \text{EMBED Equation.3} \} = f(V_B)$ donc, d'après le graphe de la figure 1, $V_{BE} = 25,5 \text{ mL}$.

$$c_A = \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \} = \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \} = 5,1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

4°> La solution commerciale a été diluée 50 fois, elle est donc 50 fois plus concentrée que la solution diluée S_A .

$$c_0 = [\text{H}_3\text{O}^+] = 50 \cdot c_A$$

$$c_0 = [\text{H}_3\text{O}^+] = 50 \times 5,1 \times 10^{-2} = 255 \times 10^{-2} = 2,5 \text{ mol.L}^{-1} \text{ en arrondissant par défaut.}$$

5°> On effectue une dilution.

Solution mère : solution commerciale

$$V_{C_0} = 20 \text{ mL}$$

concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]_{C_0}$ (calculée précédemment)

Au cours de la dilution on considère que la quantité de matière d'ions oxonium ne varie pas, donc

Solution fille : dans l'aquarium

$$V_{\text{aqua}} = 100 \text{ L}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{aqua}} = ?$$

$$\{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{Co}} \cdot V_{\text{Co}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{aqua}} \cdot V_{\text{aqua}}$$

La nouvelle concentration en ions oxonium dans l'aquarium sera $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{aqua}} = \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \}$

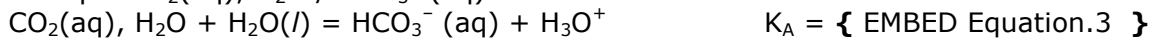
Le pH sera égal à $\text{pH}_{\text{aqua}} = -\lg[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{aqua}} = -\lg \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \}$

$$\text{pH} = -\lg \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \} = -\lg \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \} = -\lg (5,0 \times 10^{-4}) = -\lg 5 - \lg 10^{-4} = -0,7 + 4 = \mathbf{3,3}$$

6°> $\text{HCO}_3^- (\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+ = \text{CO}_2 (\text{aq}) + 2 \text{H}_2\text{O} (\{ \text{EMBED Unknown} \})$ (réaction 1)

$$K_1 = \{ \text{EMBED Equation.3} \}$$

7°> Couple $\text{CO}_2(\text{aq}), \text{H}_2\text{O} / \text{HCO}_3^- (\text{aq})$



On remarque que $K_1 = \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \}$.

$$K_1 = \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \} = \mathbf{2,5 \times 10^6}$$

8°> $Q_{r,i} < K_1$ donc, d'après le critère d'évolution spontanée, **le système chimique évolue dans le sens direct de l'équation de la réaction 1** : il y a donc consommation des ions H_3O^+ si l'eau est très calcaire.

9°> La présence des ions hydrogénocarbonate consomme des ions oxonium, la concentration en ions oxonium diminue. $\text{pH} = -\lg[\text{H}_3\text{O}^+]$, alors le pH sera plus élevé que $\text{pH} = 3,3$ (calculé en 5).

10°> Si l'eau n'est pas suffisamment calcaire, elle contient peu d'ions hydrogénocarbonate. Alors une trop faible partie des ions H_3O^+ apportés par la solution commerciale serait consommée. Le pH serait alors proche de celui calculé en 1.3., donc trop acide.

2. Étude de la formation des ions ammonium.

1°> D'après les coefficients stœchiométriques de l'équation, on a $\{ \text{EMBED Unknown} \}$

$$\sigma = \{ \text{EMBED Unknown} \}$$

$$\sigma = \{ \text{EMBED Unknown} \}$$

$$\sigma = \{ \text{EMBED Unknown} \}$$

$$[\text{NH}_4^+] = \{ \text{EMBED Unknown} \}$$

1°>

État	Avancement (mol)	$(\text{NH}_2)_2\text{CO} (\text{aq}) = \text{NH}_4^+ (\text{aq}) + \text{OCN}^- (\text{aq})$		
		Quantités de matière (mol)		
		$(\text{NH}_2)_2\text{CO} (\text{aq})$	$\text{NH}_4^+ (\text{aq})$	$\text{OCN}^- (\text{aq})$
État initial	$x = 0$	$c.V$	0	0
État en cours d'évolution	x	$c.V - x$	x	x
État final en supposant la transformation totale	x_{max}	$c.V - x_{\text{max}} = 0$	$x_{\text{max}} = c.V$	$x_{\text{max}} = c.V$

2°> D'après le tableau, à chaque instant, $n(\text{NH}_4^+) = x$.

Or, par définition, $\{ \text{EMBED Equation.3} \}$ donc, à chaque instant, $[\text{NH}_4^+] = \{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \}$.

3°> $(\text{NH}_2)_2\text{CO} (\text{aq})$ est le réactif limitant, si la transformation est totale il est totalement consommé, soit $c.V - x_{\text{max}} = 0$

$$x_{\text{max}} = c.V$$

$$x_{\text{max}} = 0,020 \times 0,1000$$

$$x_{\text{max}} = \mathbf{2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}}$$

4°> A l'instant de date $t = 110 \text{ min}$, le taux d'avancement de la réaction est donné par $\tau_{110} = \{ \text{EMBED Equation.3} \}$.

Par lecture graphique (voir construction graphique sur la figure 2), on obtient $x_{110} = \mathbf{1,3 \times 10^{-3} \text{ mol}}$.

Or, d'après la question 2.2.3., $x_{\text{max}} = \mathbf{2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}}$ donc $\tau_{110} = \{ \text{EMBED Equation.3} \} = \mathbf{0,65}$

τ_{110} .

Le taux d'avancement de la réaction à l'instant de date $t = 110 \text{ min}$ vaut donc $0,65$.

5°> La vitesse volumique de réaction est donnée par la relation : $v(t) = \left\{ \text{EMBED Equation.3} \right\}$.
 V étant une constante positive, $v(t)$ évolue comme la dérivée $\left\{ \text{EMBED Equation.3} \right\}$ de la fonction $x = f(t)$ à la date t .
 Or ce terme correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date t .
 Graphiquement, on voit qu'il diminue au cours du temps (voir construction graphique)

On en déduit donc que **la vitesse volumique de réaction $v(t)$ diminue au cours du temps.**

6°> Le taux d'avancement final est donné par la relation $\tau = \left\{ \text{EMBED Equation.3} \right\}$.
 $\tau = \left\{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \right\} = \left\{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \right\} = \left\{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \right\}$
 $\tau = \left\{ \text{EMBED Equation.DSMT4} \right\} = 1,0$ **La transformation étudiée est totale.**

7°> **Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que l'avancement atteigne la moitié sa valeur finale.**

Pour $t = t_{1/2}$, on a donc $\left\{ \text{EMBED Equation.3} \right\} = \left\{ \text{EMBED Equation.3} \right\} = \left\{ \text{EMBED Equation.3} \right\} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol} = \left\{ \text{EMBED Equation.3} \right\}$.

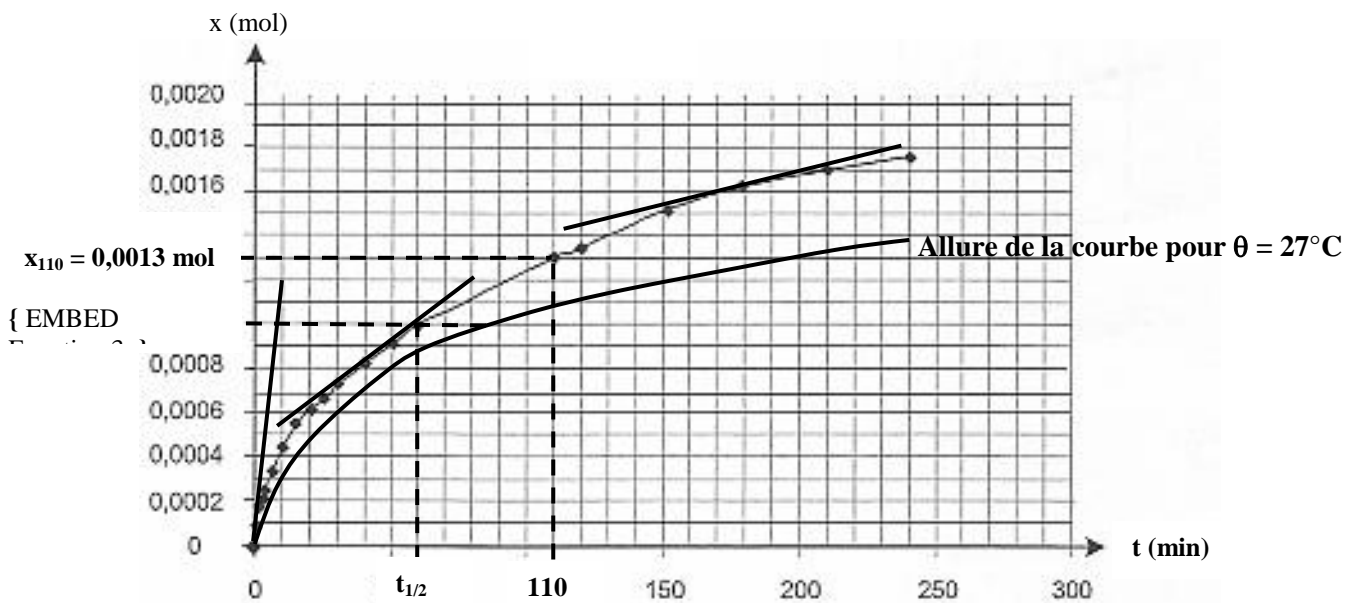
Par lecture graphique (voir construction graphique sur la figure 2), on obtient **$t_{1/2}$ proche d'une heure.**

8°> La température est un facteur cinétique dont la diminution conduit, en général, à la diminution de la vitesse de réaction donc à l'augmentation du temps de demi-réaction.

Ainsi, si la température de l'aquarium n'est que de 27°C , **la valeur du temps de demi-réaction sera plus grande que 60 min** d'où l'allure de la courbe proposée (voir construction graphique sur la figure 2).

L'avancement final sera atteint plus lentement.

9°> L'aquarium doit être « bien planté » de sorte que **les plantes vertes consomment les ions nitrate pour qu'ils ne s'accumulent pas dans l'aquarium** ce qui risquerait de compromettre la vie des poissons.



► **PHYSIQUE**

1. Variation de l'inductance d'une bobine à l'approche d'un métal

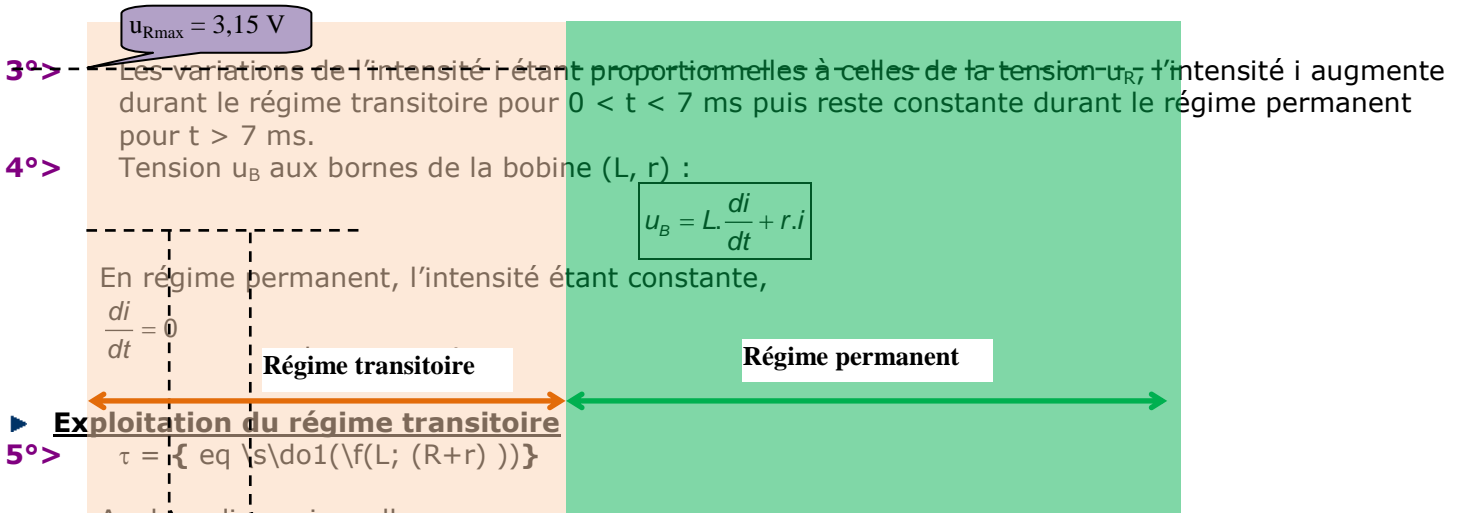
► **Étude qualitative des courbes obtenues**

{ EMBED Visio.Drawing.5 }

1°> Avec les conventions de la figure 1, la loi d'Ohm s'écrit :
 $u_R = R \cdot i$. (convention récepteur). La tension u_R est proportionnelle à l'intensité du courant i .
 Ainsi, l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique est similaire à l'évolution de l'intensité du courant i dans le circuit.

2°> La courbe montre le retard à l'établissement de la tension u_R aux bornes de la résistance donc le retard à l'établissement du courant i dans le circuit contenant la bobine. En régime transitoire, la valeur de la tension u_R augmente. En régime permanent, la valeur de la tension est constante.
 Pour la courbe (a), le régime est transitoire pour $0 < t < 7$ ms puis permanent pour $t > 7$ ms.

{ EMBED Visio.Drawing.5 }



Analyse dimensionnelle :

On a $\tau_a = 1,2$ ms et $\tau_b = 2,4$ ms

1.tex?U_L=L\frac{di}{dt}L=\frac{U_L}{\frac{di}{dt}} soit { INCLUDEPICTURE "http://latex.ilephysique.net/latex-1.tex?%5bR%5d=\frac{U_L}{\frac{di}{dt}} \times \frac{1}{T} " * MERGEFORMATINET }

On a également $\tau = \frac{L}{R+r}$ soit $L = \tau \cdot (R+r)$

1.tex?U_L=L\frac{di}{dt}L=\frac{U_L}{\frac{di}{dt}} soit { INCLUDEPICTURE "http://latex.ilephysique.net/latex-1.tex?%5bL%5d=\frac{U_L}{\frac{di}{dt}} \times T \times (R+r) " * MERGEFORMATINET }

{ INCLUDEPICTURE "http://latex.ilephysique.net/latex-1.tex?%5bL%5d=\frac{U_L}{\frac{di}{dt}} \times T \times (R+r) " * MERGEFORMATINET }

τ est donc bien homogène à une durée.

6°> Pour $t = \tau$, la tension u_R est égale à 63% de sa valeur maximale.
 Or $u_{Rmax} = 3,15$ V donc : $0,63 \times 3,15 \approx 0,63 \times 3,2 = (0,63 \times 3 + 0,63 \times 0,2) = 1,89 + 0,126 = 2,016$ V $\approx 2,0$ V.
 On trace la droite horizontale $U = 2,0$ V. Cette droite coupe les courbes (a) et (b) en des points dont les abscisses respectives sont les constantes de temps τ_a et τ_b . On lit graphiquement : $\tau_a = 1,2$ ms et $\tau_b = 2,4$ ms.

OU : méthode des tangentes

7°> Comme

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

alors $L = \tau \cdot (R+r)$.

Ainsi : $L_a = \tau_a \cdot (R+r)$ (bobine seule)
 $L_b = \tau_b \cdot (R+r)$ (bobine proche d'un morceau de fer)

Donc

$$\frac{L_a}{L_b} = \frac{\tau_a}{\tau_b} < 1 \text{ car } \tau_a < \tau_b \text{ d'où } L_b > L_a.$$

On vérifie bien l'information donnée dans le texte « l'inductance augmente si on approche de la bobine un objet en fer ».

2. L'oscillateur

1°> Avec les conventions de la figure 3,

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

2°> On a

$$i = \frac{dq}{dt} ; q = C \cdot u_C \quad \text{donc :}$$

$$i = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \text{car } C \text{ est constante.}$$

3°> La loi d'additivité des tensions donne : $u_C + u_L = 0$
 Soit $u_C + L \frac{di}{dt} = 0 \Leftrightarrow u_C + L \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = 0$
 $u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0$

4°> En divisant chaque terme par LC, l'équation différentielle précédente peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0$$

En comparant les deux équations différentielles :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot u_C = 0$$

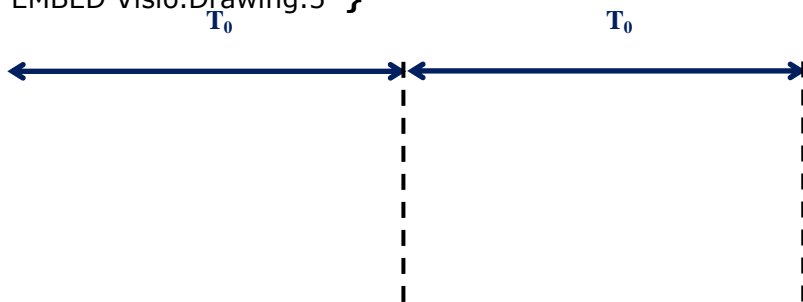
$$\text{avec } \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0$$

$$\text{on peut écrire : } \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC}$$

$$\text{soit } T_0^2 = 4\pi^2 \cdot LC$$

Soit finalement, en ne gardant que la solution positive : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

{ EMBED Visio.Drawing.5 }



5°>

Graphiquement,
 $T_0 = 50 \mu\text{s} = 5,0 \times 10^{-5} \text{ s}$

6°>

Comme $T_0^2 = 4\pi^2 \cdot LC$ alors

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot L}$$

$$C = \frac{(5,0 \times 10^{-5})^2}{4 \times 10 \times 20 \cdot 10^{-3}}$$

$$C = \frac{25 \times 10^{-10}}{8,0 \times 10^{-1}} = 3,1 \times 10^{-9} \text{ F}$$

soit $C = 3,1 \text{ nF}$.

3. Recherche de métaux

1°> La fréquence propre de l'oscillateur est : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Si on approche de la bobine un objet en or, la valeur de l'inductance L de la bobine diminue. Comme C est constante, alors la fréquence propre de l'oscillateur augmente.

2°> En l'absence d'objet métallique à proximité de la bobine, la fréquence propre de l'oscillateur est 20 kHz. Si Léo et Julie détectent un signal de fréquence 15 kHz, alors la fréquence propre a diminué donc l'inductance de la bobine a augmenté. Malheureusement, ils n'ont pas trouvé de l'or mais plus sûrement un objet d'un autre métal.

